

Вообще модуляций существует несколько – амплитудная, фазовая и частотная. Разберём их все.

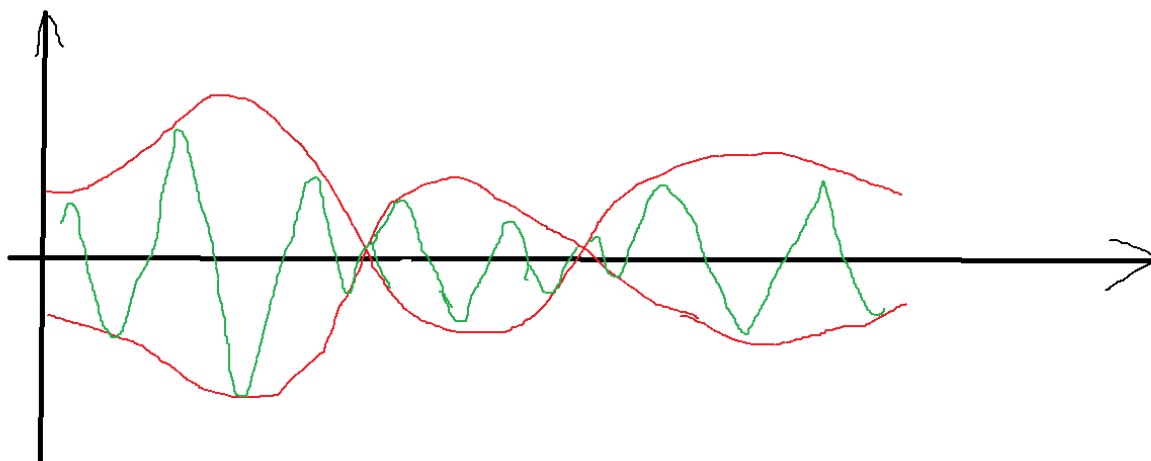
Амплитудная модуляция.

Самая понятная.

Проблема: нужно передать сигнал (например, простой синус), только частота у него маленькая (и период маленький). Из-за маленькой частоты у него и мощность маленькая, и он быстро гасится.

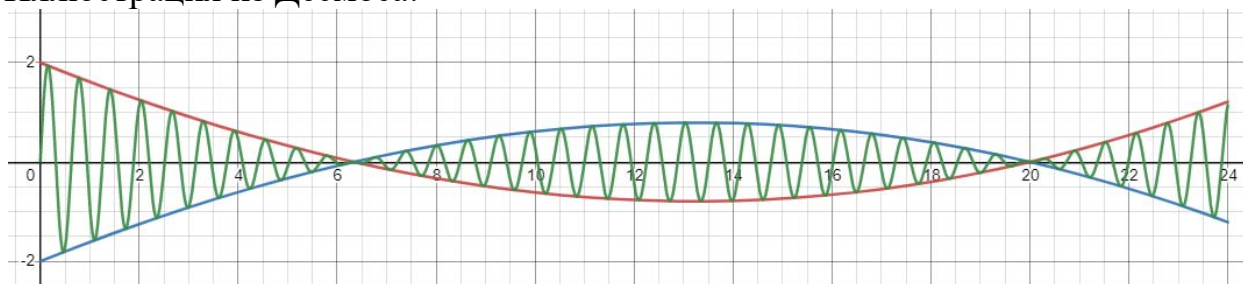
Например, у звуковых волн частота маленькая (по сравнению с э/м).

Как нам передать информацию, записанную на этом сигнале, без потерь? Ответ: вписать в неё синус.



Одна красная кривая – информативный сигнал, другая – то же, но с знаком минус. Зелёная – то, что получилось после домножения на синус.

Иллюстрация из Десмоса:



В любом случае зелёная волна будет гораздо медленней затухать и мощней быть.

В качестве медленного меняющегося сигнала выступает сигнал, который несёт информацию. Для учебного примера берут функцию $A_{slow}(t) = A(1 + m\cos\Omega t)$, хотя она как раз никакую информацию не несёт (кроме двух числе m и Ω).

Тогда $U_{AM} = A_{slow}(t)\cos\omega_0 t$,

На лекциях ещё рассматривается Фурье-образ модуляций, мы не будем на этом останавливаться, к КР (и в целом по жизни) это не нужно. Если что, этот материал

есть в методичке по теме «Модуляции к экзамену – Фурье-спектры и приборы», где я специально вынес всё то, чего нет на КР.

Фазовая модуляция. Вместо амплитуды производится над фазой косинуса:

$$U_{\text{ФМ}} = A \cos(\omega_0 t + \Phi_{\text{slow}}(t)), \quad \Phi_{\text{slow}}(t) = m \sin \Omega t, \quad \Omega \ll \omega,$$

$$U_{\text{ФМ}} = A \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t) = \Re[A \exp(i\omega t + i m \sin \Omega t)],$$

Частотная модуляция. Как можно понять из названия, здесь издеваются над фазой:

$$U(t) = U_0 \sin\{(1 + m \sin \Omega t) \omega_0 t\}$$

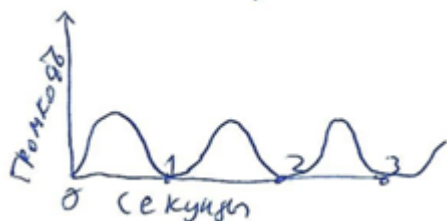
Вятчанин говорит, что там она какими-то преобразованиями сводится к фазовой.

Немного о понимании амплитудных модуляций

На первый взгляд кажется, что все эти модуляции - выдумка радиофизиков, чтобы людей запутать. Однако амплитудно-модулированные сигналы есть и в природе.

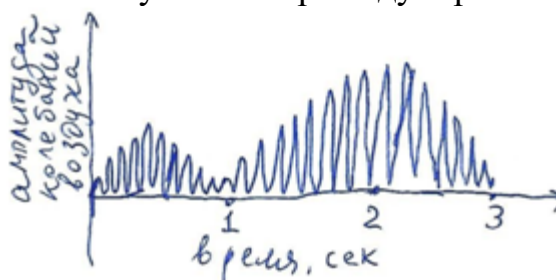
Взять тот же звук. Человек слышит в диапазоне 20 Гц... 20 кГц. Однако вы сможете менять громкость своего голоса тысячи раз за секунду? Нет.

Вы можете, например, петь так, меняя громкость каждую секунду



Период-1 с, частота – 1 Гц, что много меньше порога слышимости в 20 Гц.

Почему же мы слышим такой сигнал? Потому что он промодулирован.



На самом деле он выглядит вот так:

Нам не слышно, что частота колебаний намного больше из-за того, что ухо усредняет по малому периоду. На рисунке этот малый период около 1с, в

реальности он обратно пропорционален частоте (т.е. $\frac{1}{20 \cdot 10^3} \dots \frac{1}{20}$ с).

А вот ещё пример. Во дворе ребёнок качается на качелях. Частота – ½ Гц (например). От качель идут волны, но мы их не слышим – почему, несмотря на то, что качели огромные? Потому что там волны и не промодулированы и там чистые ½ Гц. А вот наш голос (как и голоса животных) промодулированы матушкой-

природой, поэтому мы их и слышим.

Задача с КР2 на модулированные сигналы:

4. Какие из представленных сигналов являются амплитудно-модулированными и почему?

$$1) U(t) = A_0(\cos(\omega_0 t) + m \cdot \cos(\omega_0 + \Omega)t + m \cdot \cos(\omega_0 - \Omega)t)$$

$$2) U(t) = A_0(\cos(\omega_0 t) + m \cdot \cos(\omega_0 + \Omega)t - m \cdot \cos(\omega_0 - \Omega)t)$$

$$3) U(t) = A_0(\cos(\omega_0 t) + m \cdot \sin(\omega_0 + \Omega)t + m \cdot \sin(\omega_0 - \Omega)t)$$

$$4) U(t) = A_0(\cos(\omega_0 t) + m \cdot \sin(\omega_0 + \Omega)t - m \cdot \sin(\omega_0 - \Omega)t)$$

Видим мы алгебраическую сумму трёх слагаемых, последние два с коэфом m . Применим формулы преобразования суммы/разности косинусов/синусов в произведение косинусов и синусов.

Например, в 1) мы получим $A(\cos(\omega_0 t) + m \cdot 2 \cos(\omega_0 t) \cos(\Omega t)) = A \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot (1 + 2m \cos(\Omega t))$ – формулу для амплитудно-моделированного сигнала.

$$A_0(\cos(\omega_0 t) + m \cdot 2 \cos \omega_0 t \cos \Omega t) = A_0 \cos \omega_0 t (1 + 2m \cos \Omega t)$$

$$A_0(\cos(\omega_0 t) - m \cdot 2 \sin(\omega_0 t) \sin \Omega t)$$

$$A_0(\cos(\omega_0 t) + m \cdot 2 \sin \omega_0 t \cos \Omega t)$$

$$A_0(\cos(\omega_0 t) + m \cdot 2 \sin \Omega t \cos \omega_0 t) = A_0 \cos \omega_0 t (1 + 2m \sin \Omega t)$$

(жёлтым я отметил знак умножения, если что).

В 1) и 4) родится $\cos(\omega_0 t)$, что позволит его вынести за скобки, и получится формула точь-в-точь для амплитудно-моделированного сигнала (АМ-сигнал). Напомним, что АМ-сигнал – это когда что-то не так с амплитудой:

$$U_{AM} = A_{slow}(t) \cos \omega_0 t,$$

$$A_{slow}(t) = A(1 + m \cos \Omega t), \quad \Omega \ll \omega_0, \quad m \ll 1,$$

А именно, вылезает дополнительный множитель. Но тогда фаза косинуса остаётся нетронутой – $\omega_0 t$.

А вот в 2) и 3) родился $\sin(\omega_0 t)$, и там уже такого не будет. Что нам делать с получившимися выражениями? Применить метод дополнительного аргумента.

Напомню, в чём он заключается. Пусть у нас есть выражение $A \cdot \cos \gamma + B \cdot \sin \gamma$ – сумма двух тригонометрических функций одного и того же аргумента. Работать так неудобно, лучше бы свести к какой-то одной тригонометрической функции.

$$A \cos \gamma + B \sin \gamma = \sqrt{A^2 + B^2} \left(\underbrace{\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}}_{\cos \varphi} \cos \gamma + \underbrace{\frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}}_{\sin \varphi} \sin \gamma \right) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\gamma - \varphi)$$

Применим данный подход в нашей задаче.

$$A_0 \sqrt{1+m^2 \cos^2 \Omega t} \left(\frac{1}{\sqrt{1+m^2 \cos^2 \Omega t}} e^{i \sin \varphi(t)} \cos(\omega_0 t) + \sin(\omega_0 t) \cdot \frac{\cos \varphi(t)}{\sqrt{1+m^2 \cos^2 \Omega t}} \right) =$$

$$= A_0 \sqrt{1+4m^2 \cos^2 \Omega t} \left(\sin(\omega_0 t + \varphi(t)) \right)$$

$$\varphi(t) = a z \sin \frac{1}{\sqrt{1+4m^2 \cos^2 \Omega t}}$$

Где

Это уже больше похоже на фазовую модуляцию. Помните, что я сказал, что в АМ-сигнале аргумент косинуса/синуса должен остаться без изменений? А вот тут в аргумент синуса нагло втиснулась на $\varphi(t)$? Это не по-амплитудномоделировански, но зато по-фазовомодулировански. Ведь именно в ФМ-сигнале в аргумент косинуса/синуса что-то вживляется

$$U_{\text{ФМ}} = A \cos(\omega_0 t + \Phi_{\text{slow}}(t)), \quad \Phi_{\text{slow}}(t) = m \sin \Omega t, \quad \Omega \ll \omega,$$

И пускай у нас не совсем фазовая модуляция (ещё вылез множитель, зависящий от Ω), всё же это больше похоже на фазовую модуляцию.

Ответ: 1,4 – амплитудная модуляция, 2,3 – фазовая модуляция.